

# CERCETĂRI ÎN DOMENIUL TEORIEI AȘTEPTĂRII REALIZATE DE TINERI MATEMATICIENI DIN MOLDOVA

Academician **Gheorghe MIȘCOI**  
Universitatea Liberă Internațională a Moldovei

În acest articol vom prezenta echipa de tineri matematicieni care pe parcursul ultimului deceniu activează cu succes într-un domeniu contemporan al matematicii aplicate, numit de specialiști **Teoria Așteptării**.

Teoria matematică a fenomenelor de așteptare, cunoscută ca Teoria Așteptării, este un compartiment al matematicii moderne ce ține de teoria probabilităților și cercetările operaționale. Acest domeniu a apărut din necesitățile practicii și pe parcursul dezvoltării sale a contribuit esențial la soluționarea unui larg spectru de probleme aplicative. Printre acestea se numără organizarea rațională a centralelor telefonice, a clinicilor, magazinelor, întreprinderilor de prelucrare, de stocare a materialelor, a centrelor de apel public etc.

Odată cu apariția și dezvoltarea rapidă a diverselor rețele, modelele matematice din domeniul Teoriei Așteptării continuă să joace un rol important în modelarea, proiectarea și analiza funcționării acestora. Mai mult decât atât, dezvoltarea vertiginosă a rețelilor moderne, apariția unor noi tehnologii de rețea, cum ar fi, de exemplu, cele înzestrate cu metodologiile QoS (Quality of Service) și CoS (Class of Service) înaintază noi cerințe privind elaborarea și studierea unor modele matematice inedite, mai flexibile și mai adecvate proceselor reale. Activitatea tinerilor cercetători a fost centrată anume pe elaborarea modelelor matematice noi, pe cercetarea lor, obținerea caracteristicilor de performanță ale acestora, elaborarea algoritmilor numerici pentru modelarea matematică și a recomandărilor de aplicare a rezultatelor obținute la soluționarea problemelor reale.

Se cere de menționat de la bun început contribuția excepțională și decisivă a Academiei de Științe a Moldovei în susținerea tinerilor cercetători. O prioritate strategică a AȘM reprezintă dezvoltarea și consolidarea relațiilor științifice internaționale, inițierea raporturilor bilaterale cu academiile de științe și organizațiile științifice din diferite țări, fiind încheiate acorduri de colaborare și promovate acțiuni de integrare în Spațiul European de Cercetare, a comunității științifice mondiale în general. Un rol semnificativ în aceasta activitate le revine proiectelor de cercetare științifică lansate

anual de către AȘM care se obțin prin procedură de concurs, una dintre condițiile importante de participare la proiectele respective fiind introducerea în echipă a tinerilor cercetători: studenți, masteranzi, doctoranzi.

Ba mai mult. Cum instruirea și promovarea cadrelor științifice de înaltă calificare, în special a tinerilor, este una dintre prioritățile academice, Academia de Științe a Moldovei anunță anual un concurs de proiecte pentru tinerii cercetători cu vârsta de până la 35 de ani. Ținem să subliniem că toate persoanele numite în continuare au beneficiat de proiecte de cercetare obținute prin concurs de la AȘM. Consider că anume acest lucru a fost factorul major și decisiv care a impulsionat creșterea profesională rapidă a tinerilor cercetători, soldată cu obținerea rezultatelor științifice proprii, cu susținerea strălucită a tezelor de doctor în științe matematice. Lucrul în echipă alături de cercetători cu experiență științifică vastă nu numai că a creat posibilitatea de acumulare rapidă a experienței personale, dar a conferit continuitate investigațiilor, absolut necesară domeniilor de cercetare în matematică.

Mai întâi, vom pune în evidență proiectul pentru tinerii cercetători intitulat *Modele de așteptare semi-Markov*, înaintat la concurs și obținut cu finanțare pe perioada 2014–2015. De menționat că membrii echipei au început să se ocupe de cercetare mult mai devreme. În plus, echipa este considerabil mai mare, aceasta fiind formată din academicieni, doctori habilitați și doctori care activează atât la Institutul de Matematică și Informatică al ASM, cât și în diferite universități din țară: Universitatea Liberă Internațională din Moldova (ULIM), Universitatea de Stat din Moldova, Universitatea de Stat „Alecu Russo” din Bălți și Universitatea Tehnică a Moldovei.

Mentorul acestei echipe este academicianul, doctorul habilitat, profesorul Gheorghe Mișcoi (foto 1, în centru).

Astfel, liderul de proiect al tinerei echipe de cercetare este dr. Diana Bejenari (Foto 1, din dreapta). Tânăra matematiciană are un palmares impresionant de distincții: este laureată a Premiului pentru Teza de Doctorat de Excelență al anului 2012 cu titlul „Analiza modelelor de tip polling cu întârzieri semi-marko-



**Foto 1.** Conferința Internațională în domeniul Tehnologiilor, Sistemelor și Rețelelor ITS-N-2010, ULIM, Chișinău, Republica Moldova

viene”; deținătoare a Bursei nominale a Guvernului „Valentin Belousov” 2010 și a Bursei de Merit 2009; laureată a Premiului German pentru merite deosebite în învățământ, USM 2008; deținătoare a Diplomei de Merit pentru rezultate remarcabile, USM, 2007, precum și a altor premii și distincții prestigioase.

Un alt membru al echipei, doctoranda Universității AȘM Lilia Mitev (foto 1, din stânga) a câștigat o bursă acordată de Federația Mondială a Oamenilor de Știință, Elveția, pentru anul de studii 2014–2015. De asemenea, este deținătoare a Bursei de Excelență oferită de Guvernul Republicii Moldova pentru doctoranzi, 2014, și a Bursei de Merit, 2010.

Participantele la proiect, doctorandele Alina Costea și Ionela Ticu, sunt de asemenea menționate cu diplome la conferințe internaționale. Un fapt demn de reținut: Alina Costea și Ionela Ticu sunt lectori la Universitatea Maritimă din Constanța, România.

După cum spuneam anterior, echipa de cercetare studiază domeniul matematicii cunoscut sub numele de Teoria Așteptării. În acest context, vom descrie pe scurt direcția de cercetare a întregului grup de lucru din Moldova, locul și rolul acesteia în contextul dezvoltării Teoriei Așteptării.

La modul general vorbind, Teoria Așteptării este axată pe elaborarea și cercetarea modelelor de așteptare cu priorități și schimb de tip semi-Markov al stărilor. Este bine cunoscut faptul că disciplinele ce țin de servirea cu priorități a diferitor șiruri sunt răspândite pe scară largă în sistemele de timp real. Mai mult decât atât, așa cum este prezentat în monografia lui P. Whittle. *Networks: Optimization and Evolution*. Statistical Laboratory, University of Cambridge, Cambridge Univ. Press (2007), servirea cu priorități apare adesea ca una optimală în întreaga clasă a disciplinelor de servire. În aceste sisteme este necesară și inevitabilă comutarea non-zero între clasele de prioritate. În ace-



**Foto 2.** Conferința Internațională în domeniul Matematicii Aplicate și Industriale (CAIM) – 2013, București, România

lași timp, după cum se presupune în cele mai multe lucrări teoretice, comutarea între clasele de prioritate este instantanee. Cu toate acestea, în majoritatea sistemelor din viața reală acest lucru nu are loc: trecerea de la o clasă de prioritate la alta cauzează o anumită pierdere de timp, care este de obicei o variabilă aleatoare.

Noi numim modelele matematice ale sistemului de așteptare cu priorități, în care trecerea procesului de servire de la o clasă de cerințe (mesaje) la alta este nenulă, *Modele Generalizate cu Priorități*. La prima vedere, s-ar părea că este suficient să se atribuie astfel de pierderi de timp procesului de servire a anumitor categorii de cerințe. În acest caz se va ține cont de pierderile la trecere.

De fapt, chestiunea dezbătută este mult mai complexă, iar soluția ei constituie o problemă matematică destul de dificilă. De asemenea, nu există nicio posibilitate de a reduce această problemă la Modelele de Așteptare cu Vacanțe (a se studia, spre exemplu, monografia lui N. Tian, Z.G. Zhang. *Vacation Queueing Models. Theory and Applications*. Springer, 2006), dat fiind faptul că în Modele Generalizate cu Priorități trecerile au loc atât în interiorul perioadelor de ocupare cât și în interiorul diferitor intervale auxiliare. Cu toate acestea, abordările și metodele eficiente recent elaborate dau posibilitate de a investiga o clasă largă de sisteme cu priorități de schimb semi-Markov.

Mai mult decât atât. Formalizarea și cercetarea timpului stărilor de trecere conduce la apariția unor noi discipline prioritare, mai flexibile și mai adecvate pentru procesele reale în comparație cu cele clasice. Din punct de vedere teoretic fundamental, s-au obținut rezultate care pot fi tratate ca generalizări ale unor rezultate clasice, cum ar fi analogul  $n$  dimensional (în sensul claselor de prioritate) ale bine-cunoscutelor ecuații Kendall pentru perioada de ocupare, analogul virtual al ecuației Pollaczek-Khintchin și altele.



**Foto 3.** Seminar științific, ULIM, 2013, Chișinău, Republica Moldova

În atenția echipei de tineri cercetători este și studierea unor aspecte ale *modelelor polling*, cărora le revine un rol important în analiza, modelarea, proiectarea și optimizarea rețelelor moderne (a se vedea, de exemplu, monografia V. Vishnevskii, O. Semenova. *Polling systems: Theory and Applications in Broadband Wireless Networks*. London: Academic Publishing, 2012, 317 p.). Aceste modele sunt aplicate, în special, la analiza funcționării rețelelor de bandă largă fără fir Wi-Fi și Wi-Max cu un control centralizat. Creșterea impunătoare a numărului de rețele și servicii electronice, evoluția spectaculoasă a rețelelor cu fir și fără fir, toate aceste performanțe sunt marcate printr-un schimb continuu de tehnologii de rețea orientate spre noi posibilități de integrare a datelor, vocii și transportării de informație video. Această succesiune schimb și progres continuu de tehnologii pun noi cerințe și probleme științifice, printre care remarcăm dezvoltarea de modele matematice inedite, capabile să descrie într-o manieră mai adecvată procesele complexe care apar în probleme reale.

În contextul dat, o serie de rezultate obținute sunt prezentate de către managerul proiectului, dr. D. Bejenari, la Congresul Matematicienilor Români (foto 2). Au fost propuși, în special, algoritmi numerici pentru soluționarea ecuației generalizate Kendall menită să determine repartiția a  $k$  perioadei de ocupare pentru modele de așteptare de tip polling cu schimb semi-Markov. La același congres a participat și doctoranda L. Mitev, care a prezentat, de asemenea, rezultatele studiilor efectuate.

Scopul principal al cercetării modelelor de așteptare și, în particular, a modelelor polling, este de a determina principalele caracteristici probabilistice ale evoluției sistemului de așteptare. Dar, nu întotdeauna formulele analitice pot fi utilizate în mod direct, de aceea o importanță majoră se acordă algoritmilor



**Foto 4.** Conferința Internațională „Zilele Matematicii în Sofia”, 2014, Bulgaria

numerici. Câteva exemple numerice de testare pentru determinarea repartiției  $k$  la perioada de ocupare privind sistemele de așteptare de tip polling cu întâzieri semi-Markov sunt prezentate de către dr. D. Bejenari și L. Mitev la Conferința Internațională CAIM-2013 (foto 2). În aceasta imagine prima din dreapta este Olga Benderschi, doctor conferențiar la USM, membru al grupului de cercetare, care de asemenea a beneficiat de participare în proiecte finanțate de către AȘM. A susținut teza de doctor în științe matematice în 2009.

În domeniul teoriei sistemelor de așteptare o atenție deosebită se acordă dezvoltării unor algoritmi numerici pentru determinarea caracteristicilor probabilistice de bază ale sistemelor de așteptare investigate. Referindu-ne la modelele generalizate cu două clase de prioritate, acestea prezintă interes nu numai în ceea ce privește metodologia, ci și mulțimea de sisteme practice care funcționează doar cu două tipuri de mesaje: regulate și urgente. Există, de asemenea, și sisteme reale interesate de servirea unor mesaje omogene și fără procesare (deservire) – așa-numitele mesaje de fon.

Oricum ar fi, dar în sistemele reale trecerea de la o clasă de mesaje la alta este legată de pierdere de timp, care este aleatoare, de regulă. Acest timp este formalizat ca timp de „orientare” care este considerat de tip semi-Markov și este luat în considerare în modelele generalizate studiate. Rezultatele obținute în ceea ce privește disciplinele și strategiile considerate pentru aceste modele au fost prezentate și discutate în cadrul Seminarului științific la care a participat prof. Attahiru S. Alfa de la Universitatea din Manitoba, Canada (foto 3). Seminarul a avut loc în baza Acordului de colaborare dintre Universitatea din Manitoba, Institutul de Matematică și Informatică al ASM și Universitatea Liberă Internațională din Moldova.

Rezultatele obținute și discutate au o semnificație teoretică deosebită, ele pot fi folosite în studierea și



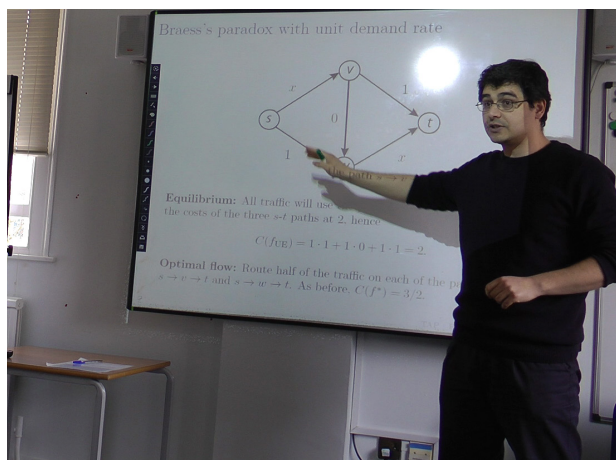
**Foto 5.** Participanții la cea de-a XVI-ea Conferință în domeniul Matematicii Aplicate și Industriale. Oradea, România, 2008

analiza altor tipuri de sisteme și rețele de servire reale, în care apar fenomenele de așteptare. Valoarea practică a rezultatelor determină posibilitatea utilizării acestora în diverse domenii, precum economie, servicii sociale, de comunicații, medicină etc.

După cum s-a menționat, modelele polling joacă un rol-cheie în analiza și proiectarea rețelelor regionale fără fir de bandă largă. Pe de altă parte, modelele generalizate cu priorități pot fi tratate ca o clasă specială a acestora. Astfel, se determină și se elaborează algoritmul numeric matriceal pentru soluționarea ecuației generalizate funcționale Kendall pe baza căruia pot fi propuse exemple numerice de testare pentru determinarea repartiției a  $k$  perioadei de ocupare pentru sistemele de așteptare de tip polling cu schimb semi-Markov. Unele dintre aceste rezultate sunt prezentate de către tinerii cercetători dr. D. Bejenari și drd. L. Mittev la Conferința Internațională „Mathematics Days in Sofia“, Bulgaria (foto 4).

Tinerii cercetători au participat, de asemenea, și la alte manifestări științifice naționale și internaționale, printre care menționăm: The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, Chișinău 2014; the 37th Annual Congress of the American Romanian Academy of Arts and Sciences (ARA), Chișinău 2013; the 17-th International Conference on „Distributed Computer and Communication Networks (DCCN-2013): ‘Control, Computation, Communications‘, Moscova, Rusia 2013 etc.

În tematica numită se încadrează armonios și cercetările Iuliei Damian, actualmente doctor conferențiar la Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți, vizând analiza rețelelor stohastice semi-markoviene, care de asemenea a beneficiat de participare în proiectele de cercetare lansate de AȘM (foto 5), rândul doi din stânga). A susținut teza de doctor în științe matematice în 2011.



**Foto 6.** La Seminarul laboratoarelor de Calculatoare și de Statistică, Universitatea Cambridge, 2015

După cum am menționat, o atenție deosebită în cercetările din domeniul dat se acordă elaborării algoritmilor numerici. O contribuție semnificativă în acest aspect, în crearea și argumentarea algoritmilor de soluționare a ecuațiilor și a sistemelor de ecuații de tip Kendall îi revine doctorului în matematică Andrei Bejan (foto 6). A susținut teza de doctor în științe matematice în 2007. El de asemenea a fost un beneficiar activ al proiectelor bilaterale lansate de AȘM, participând în proiecte gestionate de BMBF, Scopes, RFFI și altele. Este laureat al Premiului „Vladimir Andrunachievici”, care i s-a conferit de USM în 2008.

Relevante pentru cercetările în domeniul Teoriei Așteptării sunt rezultatele teoretice privind portul maritim Constanța, România, obținute de către Alina Costea și Ionela Ticu. Anumite aspecte ale funcționării portului, evident, pot fi descrise și concepute ca modele generalizate de așteptare: navele maritime sosesc în port într-un anumit moment, sunt implicate în diferite operații (încărcare, descărcare, aprovizionare etc.) ce necesită ceva timp și care, de regulă, este aleatoriu, acestea constituindu-se în niște cerințe ale unui model de așteptare. Anumite caracteristici portuare ale modelelor de așteptare, cum ar fi timpul de așteptare pentru a începe operațiunea, timpul de ședere a navei în dană, numărul de nave în așteptarea operațiunilor etc., pot fi studiate în procesul de modelare.

Modelarea numerică se face pe baza caracteristicilor analitice obținute anterior, dar completate cu date reale colectate privind funcționarea portului. Scopul final al acestor modelări constă în eficientizarea activității portului. Trebuie remarcat, totuși, că modelarea activităților portuare necesită, în primul rând, elaborarea unor algoritmi numerici. Deși expresiile pentru caracteristicile de performanță sunt obținute pe cale analitică, aceste caracteristici sunt deseori elaborate

sub forma unor ecuații sau sisteme de ecuații funcționale, deseori în termeni de transformate Laplace și Laplace-Stieltjes sau de funcții generatoare.

Astfel, se impune în primul rând elaborarea algoritmilor de calcul al acestor caracteristici care în timp real vor rezolva ecuații funcționale numerice (sau sisteme de ecuații), vor inversa transformatele Laplace și Laplace-Stieltjes etc. și ne vor oferi valorile numerice pentru caracteristicile date.

Afirmam anterior că modelele generalizate sunt mai flexibile și descriu mai adecvat procesele reale în comparație cu cele clasice. Dar, caracteristicile de performanță ale acestor modele au, de obicei, o structură analitică complicată, care necesită cercetări și elaborări suplimentare privind domeniul metodelor numerice, modelărilor matematice și altor compartimente ale matematicii aplicate.

Să luăm un exemplu – coeficientul de trafic  $\rho$ . Este bine cunoscut faptul că, dacă  $\rho < 1$  atunci sistemul funcționează într-un program de lucru normal. Chiar dacă apar unele șiruri de așteptări, ceea ce este firesc, acestea sunt epuizate în scurt timp. Dar dacă  $\rho \geq 1$ , atunci în mod inevitabil vor apărea dificultăți esențiale în funcționarea sistemului. În acest caz, perioada de ocupare, lungimea șirului de așteptare poate crește la infinit și, prin urmare, se blochează complet funcționarea sistemului. În baza coeficientului de trafic  $\rho$  pot fi elaborați algoritmi de gestionare a

sistemului pentru a-l menține în cadrul programului de lucru fără a-l supraîncărca. Pentru modelele clasice acești algoritmi se realizează simplu, fără a întâmpina nicio dificultate.

Situația însă este complet diferită pentru sistemele generalizate. Aici, coeficientul de trafic nu depinde numai de clasa de prioritate, funcția de repartiție a servirii și stările de comutare, dar, de asemenea, de soluțiile sistemului de ecuații funcționale recurente, care, precum s-a menționat mai sus, prezintă un analog multidimensional al ecuației clasice Kendall. Sistemul dat de ecuații, exact ca și ecuația clasică Kendall, nu are soluție analitică exactă, dar așa cum am demonstrat în publicațiile noastre, se soluționează numeric cu exactitatea necesară. Doctorandele Alina Costea și Ionela Ticu, reiterez – matematicieni de profesie, în prezent sunt încadrate în mod activ în aplicarea coeficientului de trafic, în scopul eficientizării activității portului Constanța.

În concluzie, aș dori să subliniez că formarea unui specialist în domeniul științelor exacte cere nu numai talent și suficient timp, dar și crearea condițiilor ca potențialul respectiv să se poată realiza în procesul de cercetare. Codul pentru Știință și Inovare, adoptat în 2004, a deschis astfel de posibilități, iar AȘM le-a valorificat cu succes, creând condițiile adecvate, inclusiv prin lansarea diverselor proiecte de cercetare pe bază de concurs și cu implicarea obligatorie a tinerelor cadre.



Eleonora Romanescu. *Astre*, u.p., 1992